Einleitung Sebastian 360 – 280 v. Chr.

→ hat Euklid überhaupt gelebt?

Autor der Ausgabe in "Oswalds Klassiker der mod. W."

Clemens Thaer → denkt "ja";

→ Text wirklich von Euklid → evtl. nicht

Schüler usw. haben sicher aus-

gearbeitet

→ Eines der ältesten, meist diskutierten Bücher/Texte

überhaupt

→ Euklid hat in Alexandria gelebt

kann auch als Reaktion auf ägyptische/babylonische

Mathematik verstanden werden. Zu Angabe von

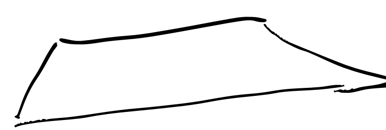
Algorithmen kommen bei Euklid Begründungen

- zitiert Platon, Aristoteles, Eudoxos, Theaitetos

16.01. Sebastian hat noch Slides zur Frage der Kategorizität der eukl. Geometrie hochgeladen.

Nicola: Descartes (Metaphysik) kommt in Schwierigkeiten, Eukl. Geometrie zu fassen: Gehört ein Punkt (hat keine Ausdehnung!) zu res extensa oder res cogitans?

Was ist ein Trapez?



Hat normalerweise 2 parallele Seiten

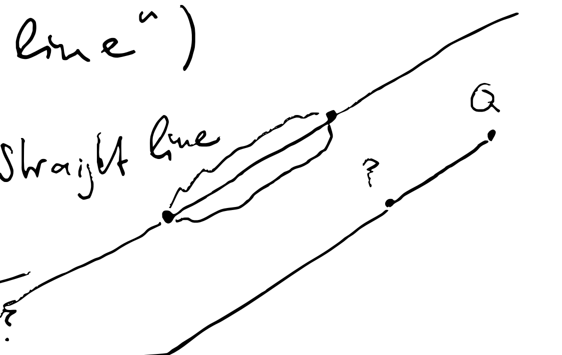
Postulate + Axiome

- warum unterschieden? Was ist der Unterschied?

I Let it be granted that a straight line ^may^ be drawn from any one point to any other point.

Diskussionspunkte:

- "may be drawn" ... Konstruktiv!
- Eindeutigkeit ?
- Endliche Länge (Strecke vs. Gerade ..) ?
  (in II: "finite straight line")
- Insgesamt unklar, ob die Straight line in I nur , oder oder gedacht?



II ... that a finite straight line may be produced to any length in a straight line

verlängert

III Kreis existiert

- Abstand ?

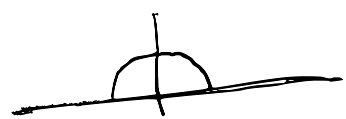
- Sollte nicht wieder (wie bei I) zwei Punkte gegeben sein, statt ein Punkt und ein "Abstand" ("distance")

IV (Axiom XI)

"All right angles are equal."

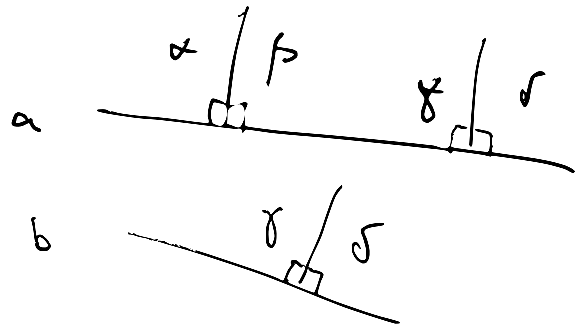
auf derselben Geraden errichtete

Per definition sind rechte Nebenwinkel gleich.

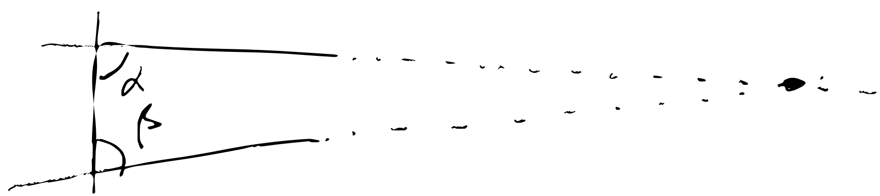


(per definition sind gleiche Nebenwinkel rechte Winkel)

Postulat IV :



Postulat V (Axiom XII)



Sebastian : guckt in Aufzeichnungen Toulouse !

Nicola : Meschkowski !

23.10.

<u>Lektüre Meschkowski</u>

Nochmal zu Unterschied Postulate / Axiome PIV (A XI)
insbes. „rechte Winkel gleich" und
Parallelenpostulat PV (A XII)

- Postulate untergliedern sich in Deklarationen (Konstruktionen, Operationen in ADT) und inhaltliche Axiome (Eigenschaften der Konstruktionen, „Laws" in ADT)

abstract data types

- Axiome (außer XI, XII) bei Euklid:
  logisch/arithmetische Axiome, die außerhalb des Gegenstandes (Geometrie) selbst liegen

Axiome I ähnlich zu Transitivität der Gleichheit

II könnte man etwa so formalisieren:

$+ : A \to A \to A$

$\forall a, b : A . \forall a', b' : A . \quad a = b \wedge a' = b' \Rightarrow a + a' = b + b'$

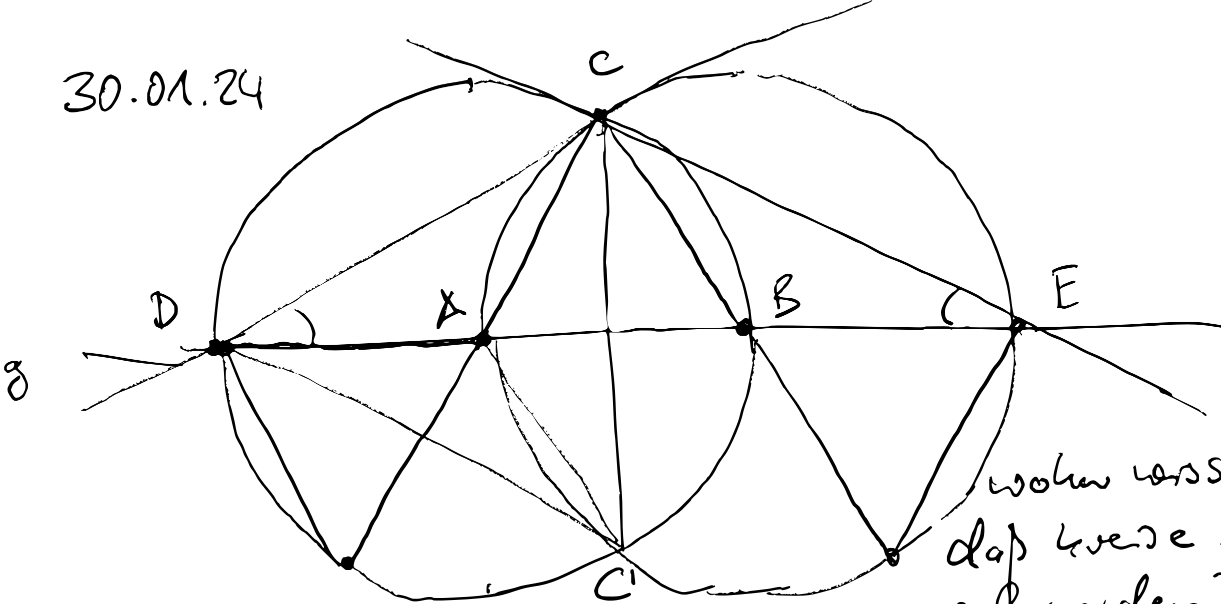
⋮

IX "The whole is greater than it's part"

diskutiert Achilles + Schildkröte $\Rightarrow$
mengentheoretische Interpretation von "part"
und "greater" würde zu Widersprüchen
führen.

Hausaufgabe: Prop. I anschauen!
Finde unerlaubten Schluß?

30.01.24



woher wissen wir,
daß Kreise sich
schneiden? C ist auch
nicht eindeutig?

A B geg. ⇒ Kreise zeichnen

⇒ Gerade zeichnen

⇒ Schnittpunkte D und E konstruieren ...
Geht das?

⇒ zeichne Tangente ...
nächstes Problem

also: $\Rightarrow$ Konstruktion unvollständig
(oder nicht gerechtfertigt durch Postulate)

$\Rightarrow$ wenn man die Konstruktion aber akzeptiert, ist reasoning ok.

I.2 benutzt I.1 ?! $\Rightarrow$ Reuse!

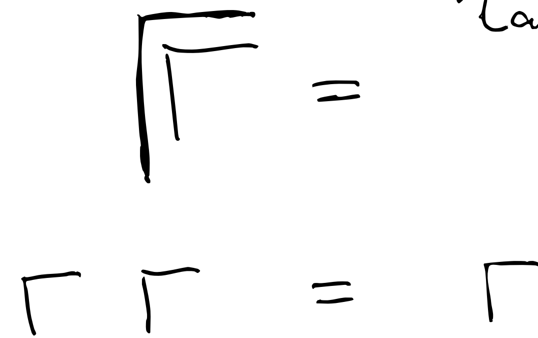
natürlich wieder die problematischen Stellen:
Schnittpunkt von Geraden und Kreisen*
(aber wir schneiden Kreise immer mit Geraden, die durch den Mittelpunkt gehen)

da I.1. nicht total (jedenfalls nicht bewiesen)

und I.2 benutzt I.1 $\Rightarrow$ I.2 auch nicht total

* es fehlt evtl. eine Aussage der Art: wenn man bei einer geschlossenen Figur von "innen" nach "außen" geht, schneidet man die Figur

erinnert ein bißchen an d. Spencer-Brown "Laws of Form"



I.48 "Umkehrung Pythagoras"

Argumentation sehr seltsam und nicht schlüssig

20.02.

Leo auch 21. oder 22.
Raphael

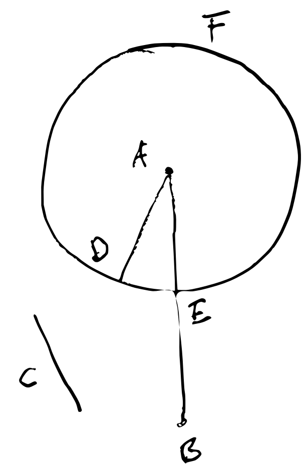
Bastian 20. oder 21.

PULS Prüfungstermin

Euklid I.3

Greift auf Konstruktion I.2 zurück.

Versuch einer Formalisierung:



geg. A : Punkt
B : Punkt ← eigentlich nicht geg. stattdessen
C : Strecke
AB : Strecke

P : C < AB

< : Strecke → Strecke → Type
← „weniger lang als"

ges. AE : Strecke

Q : AE auf AB mit 'auf' : Strecke → Strecke → Type

R : C ≡ AE mit '≡' : Strecke → Strecke → Type
← „genauso lang wie"

$$i3 : (AB : \text{Strecke}) \to (C : \text{Strecke}) \to C < AB \to \text{Strecke}$$

$$i3S1 : (AB : \text{Strecke}) \to (C : \text{Strecke}) \to (P : C < AB) \to (i3\ AB\ C\ P)\ \text{auf}\ AB$$

$$i3S2 : (AB : \text{Strecke}) \to (C : \text{Strecke}) \to (P : C < AB) \to C \equiv (i3\ AB\ C\ P)$$

Man kann diese Spezifikation des Problems auch als eine Funktion schreiben :

$$i3Full : (AB : \text{Strecke}) \to (C : \text{Strecke}) \to P : C < AB \to \sum_{AE : \text{Strecke}} (AE\ \text{auf}\ AB) \times (C \equiv AE)$$